専門学術A

第1問

- (1) ある地方都市の交通計画について、以下の問いに答えよ。
 - a) 休日に中心市街地(g)で過ごす効用関数が $U_g=V_g+\varepsilon_g$ (U_g は中心市街地の効用、 V_g は効用の確定項、 ε_g は誤差項)、郊外型ショッピングセンター(t)で過ごす効用関数 が $U_r=V_t+\varepsilon_t$ (U_t は郊外型ショッピングセンターで過ごす効用、 V_t は効用の確定項、 ε_t は誤差項)で記述できる。 $\varepsilon'=\varepsilon_g-\varepsilon_t$ とおいたとき ε' が以下の図1で表されるような確率密度関数を持つ場合の休日の活動選択で中心市街地が選ばれる2項選択確率 P_g を導出し、図示しなさい。ただし、休日にはgで過ごすか、tで過ごすかの2つの選択肢しかないものとする。

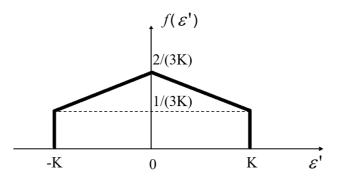


図1 ε 'の確率密度関数(Kは定数)

- b) 選択肢ごとの誤差分布に互いに独立なガンベル分布 $e^{-\varepsilon}$ $e^{-e^{-\varepsilon}}$ を仮定した場合、選択確率を導出せよ。誤差分布の分散の違いは、選択確率にどのような影響を与えるかについて 5 行以内で解答せよ。
- c) 中心市街地のアクセス交通改善を図るための交通施策を1つあげ、施策評価のための調査方法と、評価分析方法をそれぞれ3行以内で解答せよ。

- d) 郊外の古い住宅地で買い物難民問題が発生していることから、公共交通網計画を 立案することになった。公共交通網計画を立案する際に、「連携」の視点から重要 となる交通施策を3つあげ、それぞれ3行以内で解答せよ。
- (2) 以下の文章を読んで、下線部の語句の正-誤の正しい組み合わせを A~E の中から答えよ。

道路利用者から混雑税を徴収し、外部不経済を内部化することで、混雑を改善することができるが、所得再分配はそれが経済全体のアウトプットを減少させないかぎり、一般に①経済的厚生を増大させるという原理に基づいており、このことを②ピグーの第1命題という。この命題は、限界効用逓減の法則から導かれたもので、所得再分配は③金持ちのより強い欲望を満たすことができる。④欲望充足の総計を増大させる内部効果補正を目的として、⑤負の外部効果に対しては補助金を交付し、⑥正の外部効果に対しては課税(内部化)する。このとき、社会全体での「⑦総便益」=「利用者便益」-「社会的費用(通常の費用に加えて、社会に与える⑧正の効果である外部費用も合わせた費用)」を最大とする必要がある。

	1	2	3	4	⑤	6	7	8	
Α	誤	誤	誤	誤	誤	誤	誤	誤	
В	誤	誤	誤	正	正	正	正	誤	
С	誤	誤	誤	正	誤	正	正	誤	
D	正	誤	誤	誤	正	誤	誤	誤	
E	誤	正	正	正	誤	誤	正	正	

次の各問いに関して答えよ。

- (1) 世界測地系について、5 行程度で説明せよ。
- (2) リアルタイムキネマティック測位 (RTK 測位) について、以下の用語を全て用いて説明せよ。

干渉測位、整数値バイアス、On the Fly 法、ワイドレーン

- (3) 写真測量における標定について、次の各問いに答えよ。
 - a) 外部標定要素、および内部標定要素をあわせて5つ挙げよ。
 - b) 共線条件式を示せ。ただし、変数は自ら定義すること。
 - c) 単写真標定において、外部標定要素のみを考慮した場合と、外部標定要素と内部標定要素ともに考慮した場合の相違を、共線条件式を用いて説明せよ。
- (4) 衛星リモートセンシングデータに対するフォールスカラー合成について、3 行程度で 説明せよ。また、フォールスカラー合成の具体例を1つ示し、その利用法をあわせて 5 行程度で説明せよ。

専門学術 A

第1問

開発途上国では、農村部から都市部への人口移動がしばしば見られる。これについて 以下の各問いに答えよ。

(1) 農村部から都市部への人口移動の発生するメカニズムを、次の用語を全て用いて5行程度で説明せよ。必要に応じて、図表を用いてもかまわない。

農業部門、製造業部門、労働需要、賃金

- (2) 農村部から都市部への人口移動が過度に進むことによって生じる問題の一つに地域 間経済格差が挙げられる。地域間経済格差を是正するために、インフラの果たしうる 役割について 5 行程度で説明せよ。
- (3) 開発途上国では、特定都市への一極集中が生じ、人口 1000 万人を超える巨大都市が 生まれるケースがある。このように、一国の中で最大都市が他の都市より極端に人口 が増える原因として考えられるものを 4 つ挙げ、それぞれ 2 行程度で説明せよ。
- (4) 開発途上国の巨大都市では、インフォーマルセクターが重要な役割を果たすことが多い。インフォーマルセクターが都市に対して与える正の影響と負の影響をそれぞれ3 つずつ挙げよ。

「社会基盤マネジメント」に関する次の文章を読み、下線部に関する各問いに答えよ。

社会基盤施設は、人々の生活や産業活動を支える公共サービスを提供するために建設される。社会基盤施設を整備し、その機能を発揮させるためには、プロジェクトサイク ν_{0} を適切に構築するとともに、プロジェクトサイクルにまつわる社会の制度_②、組織_③、 関係者の活動_④の総体であるシステムを形成する必要がある。「社会基盤マネジメント」は、この社会基盤システム_⑤を、社会の要請に応えられるようにするための取組みである。

- (1) 下線部①に関して、プロジェクトサイクルにおける維持管理段階の費用削減を図るために、設計段階で考慮するべき事項をその理由とともにあわせて 4 行程度で説明せよ。
- (2) 下線部②に関して、Private Finance Initiative (PFI)は、社会基盤整備事業に民間資金を活用する方式である。この方式を適用する場合の主要なプレーヤー3 者とその参画動機をあわせて 4 行程度で説明せよ。
- (3) 下線部③に関して、Construction Management (CM)方式は、発注者内の組織で十分な体制を確保することが困難な場合に活用される。CM 方式の特徴とその契約形態についてあわせて3 行程度で説明せよ。
- (4) 下線部④に関して、Early Contractor Involvement (ECI)方式は、大規模で複雑な事業に 適用される方式である。ECI 方式の特徴とこの方式が従来方式と比較して優れている 点をあわせて 4 行程度で説明せよ。
- (5) 下線部⑤に関して、新規整備事業と維持管理事業の違いに着目し、社会基盤施設の維持管理事業が重要となる社会における社会基盤システムのあり方について、5 行程度で論ぜよ。

専門学術A

第1問

- (1) ある地方都市の交通計画について、以下の問いに答えよ。
 - a) 休日に中心市街地(g)で過ごす効用関数が $U_g=V_g+\varepsilon_g$ (U_g は中心市街地の効用、 V_g は効用の確定項、 ε_g は誤差項)、郊外型ショッピングセンター(t)で過ごす効用関数 が $U_r=V_t+\varepsilon_t$ (U_t は郊外型ショッピングセンターで過ごす効用、 V_t は効用の確定項、 ε_t は誤差項)で記述できる。 $\varepsilon'=\varepsilon_g-\varepsilon_t$ とおいたとき ε' が以下の図1で表されるような確率密度関数を持つ場合の休日の活動選択で中心市街地が選ばれる2項選択確率 P_g を導出し、図示しなさい。ただし、休日にはgで過ごすか、tで過ごすかの2つの選択肢しかないものとする。

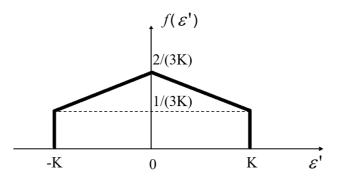


図1 ε 'の確率密度関数(Kは定数)

- b) 選択肢ごとの誤差分布に互いに独立なガンベル分布 $e^{-\varepsilon}$ $e^{-e^{-\varepsilon}}$ を仮定した場合、選択確率を導出せよ。誤差分布の分散の違いは、選択確率にどのような影響を与えるかについて 5 行以内で解答せよ。
- c) 中心市街地のアクセス交通改善を図るための交通施策を1つあげ、施策評価のための調査方法と、評価分析方法をそれぞれ3行以内で解答せよ。

- d) 郊外の古い住宅地で買い物難民問題が発生していることから、公共交通網計画を 立案することになった。公共交通網計画を立案する際に、「連携」の視点から重要 となる交通施策を3つあげ、それぞれ3行以内で解答せよ。
- (2) 以下の文章を読んで、下線部の語句の正-誤の正しい組み合わせを A~E の中から答えよ。

道路利用者から混雑税を徴収し、外部不経済を内部化することで、混雑を改善することができるが、所得再分配はそれが経済全体のアウトプットを減少させないかぎり、一般に①経済的厚生を増大させるという原理に基づいており、このことを②ピグーの第1命題という。この命題は、限界効用逓減の法則から導かれたもので、所得再分配は③金持ちのより強い欲望を満たすことができる。④欲望充足の総計を増大させる内部効果補正を目的として、⑤負の外部効果に対しては補助金を交付し、⑥正の外部効果に対しては課税(内部化)する。このとき、社会全体での「⑦総便益」=「利用者便益」-「社会的費用(通常の費用に加えて、社会に与える⑧正の効果である外部費用も合わせた費用)」を最大とする必要がある。

	1	2	3	4	⑤	6	7	8	
Α	誤	誤	誤	誤	誤	誤	誤	誤	
В	誤	誤	誤	正	正	正	正	誤	
С	誤	誤	誤	正	誤	正	正	誤	
D	正	誤	誤	誤	正	誤	誤	誤	
E	誤	正	正	正	誤	誤	正	正	

次の各問いに関して答えよ。

- (1) 世界測地系について、5 行程度で説明せよ。
- (2) リアルタイムキネマティック測位 (RTK 測位) について、以下の用語を全て用いて説明せよ。

干渉測位、整数値バイアス、On the Fly 法、ワイドレーン

- (3) 写真測量における標定について、次の各問いに答えよ。
 - a) 外部標定要素、および内部標定要素をあわせて5つ挙げよ。
 - b) 共線条件式を示せ。ただし、変数は自ら定義すること。
 - c) 単写真標定において、外部標定要素のみを考慮した場合と、外部標定要素と内部標定要素ともに考慮した場合の相違を、共線条件式を用いて説明せよ。
- (4) 衛星リモートセンシングデータに対するフォールスカラー合成について、3 行程度で 説明せよ。また、フォールスカラー合成の具体例を1つ示し、その利用法をあわせて 5 行程度で説明せよ。

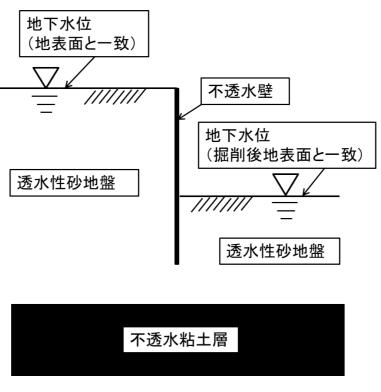
専門学術 A

第1問

- (1) 鉄筋コンクリート (RC) 梁の曲げ耐力を計算する際の仮定のひとつに、平面保持の 仮定 (ベルヌーイ・ナビエの仮定) がある。これがどのような仮定でなぜ必要なのか、 3 行程度で説明せよ。必要であれば図を用いてよい。
- (2) コンクリート中に配置された鉄筋に引張力を与え複数のひび割れが発生した後、コンクリートの平均的な引張の応力ひずみ関係は、コンクリート単体の引張の応力ひずみ関係とは異なる。どのように異なるのかを、5 行程度で説明せよ。また、説明のために図を用いよ。
- (3) プレストレストコンクリート部材の製作には主にプレテンション方式とポストテンション方式がある。ポストテンション方式と比較した場合のプレテンション方式の利点を2つ、欠点を2つ挙げよ。
- (4) コンクリートの配合や性質に関する以下の記述について、それぞれ正しいか誤っているかを記し、誤っている場合にはその理由を1行程度で説明せよ。
 - a) 細骨材の実積率が56%、粗骨材の実積率が60%のとき、両骨材を併せて用いた場合の最大充填容積率は58%である。
 - b) C-S-H ゲルが保有するゲル空隙や層間空隙の量は、一般的にセメントの水和進展 と共に増大する。
 - c) エトリンガイトはセメントの代表的な水和物であり、エトリンガイトの針状結晶は主にエーライトとアルミネート相の水和により生成される。エトリンガイトと塩化物イオンが反応することでフリーデル氏塩が生成され、コンクリート中で塩化物イオンを固定することができる。

d) コンクリートと鉄筋の線膨張係数はほぼ同じであるため、温度ひび割れ対策のために鉄筋を配置しても温度ひび割れ幅は小さくできない。

- (1) 水平な透水性砂地盤中に鉛直の不透水壁を打設し、その片側を掘削する工事を対象に、 次の各問いに答えよ。図1に示すように、両側の地下水位はそれぞれ地表面にあり、 透水性砂地盤の下方には不透水粘土層があるものとする。
 - a) 同様な模式図を解答用紙に描いて、流線網とこれに対応する等ポテンシャル線をそれぞれ実線と破線で加筆せよ。
 - b) 透水性砂地盤中のどの位置で動水勾配が最も大きくなるかを上記の図中に記し、そのように判断した理由を2行程度で説明せよ。
 - c) 透水性砂地盤の地盤工学的挙動が原因となって発生する可能性のある問題を 2 つ 挙げ、それぞれの問題について、対策工の例とその対策原理も含めて各 3 行程度で 説明せよ。
 - d) この掘削工事は不透水粘土層にも影響を及ぼす可能性がある。粘土層がどのような 影響を受けるかを、その理由とあわせて2行程度で説明せよ。



- (2) 土圧に関して以下の問いに答えよ。必要であれば模式図を追加してもよい。
 - a) 主働土圧、受働土圧および静止土圧について、それぞれの土圧が発揮される典型的な例を示しながら各2行程度で説明せよ。
 - b) ランキンの土圧理論に基づいて、鉛直で摩擦のない擁壁背面に作用する受働土圧合力を算定する方法を3行程度で説明せよ。
 - c) クーロンの土圧理論に基づいて、鉛直で摩擦のない擁壁背面に作用する受働土圧合力を算定する方法を3行程度で説明せよ。
 - d) 以下の d-1 から d-5 の各要因・特性について、ランキンの土圧理論とクーロンの土 圧理論のそれぞれで考慮・評価できるか否かを、下記の表を解答用紙に転記して完 成させることにより解答せよ。

d-1: 擁壁背面の傾斜角度

d-2: 擁壁背面で発揮される摩擦

d-3: 裏込め土の粘着力

d-4: 裏込め土に作用する地震慣性力

d-5: 土圧の鉛直方向分布

要因・特性	ランキンの土圧理論	クーロンの土圧理論
d-1		
d-2		
d-3		
d-4		
d-5		

○:考慮・評価可能, 一:考慮・評価不可能

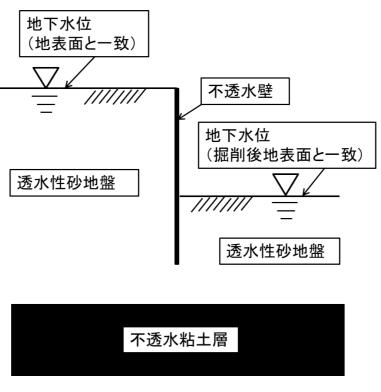
専門学術 A

第1問

- (1) 鉄筋コンクリート (RC) 梁の曲げ耐力を計算する際の仮定のひとつに、平面保持の 仮定 (ベルヌーイ・ナビエの仮定) がある。これがどのような仮定でなぜ必要なのか、 3 行程度で説明せよ。必要であれば図を用いてよい。
- (2) コンクリート中に配置された鉄筋に引張力を与え複数のひび割れが発生した後、コンクリートの平均的な引張の応力ひずみ関係は、コンクリート単体の引張の応力ひずみ関係とは異なる。どのように異なるのかを、5 行程度で説明せよ。また、説明のために図を用いよ。
- (3) プレストレストコンクリート部材の製作には主にプレテンション方式とポストテンション方式がある。ポストテンション方式と比較した場合のプレテンション方式の利点を2つ、欠点を2つ挙げよ。
- (4) コンクリートの配合や性質に関する以下の記述について、それぞれ正しいか誤っているかを記し、誤っている場合にはその理由を1行程度で説明せよ。
 - a) 細骨材の実積率が56%、粗骨材の実積率が60%のとき、両骨材を併せて用いた場合の最大充填容積率は58%である。
 - b) C-S-H ゲルが保有するゲル空隙や層間空隙の量は、一般的にセメントの水和進展 と共に増大する。
 - c) エトリンガイトはセメントの代表的な水和物であり、エトリンガイトの針状結晶は主にエーライトとアルミネート相の水和により生成される。エトリンガイトと塩化物イオンが反応することでフリーデル氏塩が生成され、コンクリート中で塩化物イオンを固定することができる。

d) コンクリートと鉄筋の線膨張係数はほぼ同じであるため、温度ひび割れ対策のために鉄筋を配置しても温度ひび割れ幅は小さくできない。

- (1) 水平な透水性砂地盤中に鉛直の不透水壁を打設し、その片側を掘削する工事を対象に、 次の各問いに答えよ。図1に示すように、両側の地下水位はそれぞれ地表面にあり、 透水性砂地盤の下方には不透水粘土層があるものとする。
 - a) 同様な模式図を解答用紙に描いて、流線網とこれに対応する等ポテンシャル線をそれぞれ実線と破線で加筆せよ。
 - b) 透水性砂地盤中のどの位置で動水勾配が最も大きくなるかを上記の図中に記し、そのように判断した理由を2行程度で説明せよ。
 - c) 透水性砂地盤の地盤工学的挙動が原因となって発生する可能性のある問題を 2 つ 挙げ、それぞれの問題について、対策工の例とその対策原理も含めて各 3 行程度で 説明せよ。
 - d) この掘削工事は不透水粘土層にも影響を及ぼす可能性がある。粘土層がどのような 影響を受けるかを、その理由とあわせて2行程度で説明せよ。



- (2) 土圧に関して以下の問いに答えよ。必要であれば模式図を追加してもよい。
 - a) 主働土圧、受働土圧および静止土圧について、それぞれの土圧が発揮される典型的な例を示しながら各2行程度で説明せよ。
 - b) ランキンの土圧理論に基づいて、鉛直で摩擦のない擁壁背面に作用する受働土圧合力を算定する方法を3行程度で説明せよ。
 - c) クーロンの土圧理論に基づいて、鉛直で摩擦のない擁壁背面に作用する受働土圧合力を算定する方法を3行程度で説明せよ。
 - d) 以下の d-1 から d-5 の各要因・特性について、ランキンの土圧理論とクーロンの土 圧理論のそれぞれで考慮・評価できるか否かを、下記の表を解答用紙に転記して完 成させることにより解答せよ。

d-1: 擁壁背面の傾斜角度

d-2: 擁壁背面で発揮される摩擦

d-3: 裏込め土の粘着力

d-4: 裏込め土に作用する地震慣性力

d-5: 土圧の鉛直方向分布

要因・特性	ランキンの土圧理論	クーロンの土圧理論
d-1		
d-2		
d-3		
d-4		
d-5		

○:考慮・評価可能, 一:考慮・評価不可能

専門学術A

第1問

開水路流れの理論とジェット気流に関する次の文を読んで、下線部①~⑥についての 各問いに答えよ。解答に必要な変数は特に指定されない限り、自由に用いて良い。

開水路定常流では、静水圧近似を仮定することで得られる<u>運動方程式からエネルギー</u> 保存則が表現できる_①。水頭として表したエネルギーから基準面水路床の高さを除いたも のを比エネルギーと呼ぶ。比エネルギーと水深の関係から限界水深が定義でき、さらに フルード数を用いることで<u>常流と射流が定義できる</u>②。比エネルギーの高い状態から低い 状態に遷移する際に起こる現象を跳水③と呼ぶ。

さて、この開水路流れの理論を地球上のジェット気流に当てはめてみよう。地球大気の中・高緯度対流圏高層を東向きに流れる強風帯がジェット気流である。地球は自転しているため、風の向きと水平面において垂直な見かけの力®が働き、その逆の方向に作用する圧力勾配(気圧傾度力)で力の釣り合いが取られている。開水路では水深とみるところをジェット気流では上空からみたジェット気流の幅とみることにより、2つの現象はアナロジーを有するようになる®。例えば、ジェット気流の幅の広い状態を常流、狭い状態を射流とみなすことができ、幅が遷移する様子は跳水に例えることができる。フルード数もロスビーフルード数という無次元量で対応している。このジェット気流の幅の急激な変化はブロッキングと呼ばれる現象®として日本の天候にも大いに関係している。

(1) ①に関して、粘性のない完全流体の流線の接線方向・法線方向の運動方程式はそれぞれ以下の式で表される。これらの式から開水路定常流でのエネルギー保存則を導け。

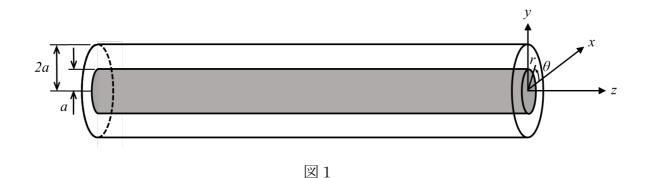
$$\frac{1}{q}\frac{\partial v_s}{\partial t} + \frac{1}{2q}\frac{\partial v^2}{\partial s} = -\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{p}{\rho q} + z\right)$$

$$\frac{1}{g}\frac{\partial v_n}{\partial t} + \frac{1}{g}\frac{v^2}{r} = -\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{p}{\rho g} + z\right)$$

ただし、s、nはそれぞれ流線の接線方向、法線方向を示し、vは流体の速度の大きさ、 v_s と v_n はそれぞれ接線方向と法線方向の流速成分を表す。pは圧力、zは基準面水路床の高さ、gは重力加速度、 ρ は密度、rは流線の曲率半径を示す。

- (2) ②に関して、一定単位幅流量qの際の水深hと比エネルギーEの関係を図示したうえで、 限界水深 h_c 及び常流と射流の範囲を示せ。
- (3) ③に関して、水平水路床を持つ開水路の一区間で跳水が生じている。跳水前後の水深は、0.2m と 0.8m であった。このとき開水路を流れる単位幅流量q及び比エネルギー損失 ΔE を有効数字 2 桁で求めよ。ただし g=9.8 m/s^2 を用いよ。
- (4) ④に関して、この見かけの力は「コリオリの力」として知られていて、その水平成分の大きさは、地表に対する水平速度Vに比例してfVと表される。ただし $f=2\Omega\sin\varphi$ であり、 Ω は自転の角速度、 φ は緯度である。また、対象とする地域での緯度依存性を線形近似($f=f_0+\beta y$;ただし $f_0=2\Omega\sin\varphi_0$ で、yは緯度 φ_0 からの南北方向の水平距離(極側が正)[m])することを β 面近似と呼ぶ。緯度 45 度での β の値を有効数字2 桁で求めよ。ただし、 $\sin 45^\circ = 0.71$ 、地球の半径 6.4×10^6 m、 $\pi=3.14$ を用いよ。
- (5) ⑤に関して、ジェット気流の幅aの中の風速はuで一様とすると、開水路でのフルード数に相当するロスビーフルード数は $R_F = 12\,u/\beta a^2$ で表される。いま、開水路定常流の限界流に対応する状態にあるジェット気流の風速が $12\,m/s$ であるとき、このジェット気流の幅はどれくらいになるか。(4)で求めた β を用いて有効数字 1 桁で答えよ。
- (6) ⑥に関して、比エネルギーの減少を伴う跳水と対応させて考えると、ブロッキング現象では上空でどのような流れが生じていると考えられるか。1行程度で答えよ。また、日本の上空でブロッキング現象が起きた際に発生しうる気象水文現象にはどういうものがあるか、2点具体例を挙げながら、合計8行程度で物理的な発生メカニズムとその社会的影響を説明せよ。

図1に示すような軸を共有している半径 2a の円管と半径 a の円柱の間の非圧縮粘性 流体の流れを考える。流体には重力の作用はないものとする。



円管層流は一般に円筒座標系 (r, θ, z) で表された以下の連続式および運動方程式によって記述される。

連続式:

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$$

運動方程式:

$$\begin{split} &\rho \bigg(\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta^2}{r} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} \bigg) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu \bigg[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \bigg(r \frac{\partial u_r}{\partial r} \bigg) - \frac{u_r}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} \bigg] \\ &\rho \bigg(\frac{\partial u_\theta}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r u_\theta}{r} + u_z \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \bigg) = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu \bigg[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \bigg(r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} \bigg) - \frac{u_\theta}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial z^2} \bigg] \\ &\rho \bigg(\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \bigg) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \bigg[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \bigg(r \frac{\partial u_z}{\partial r} \bigg) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \bigg] \end{split}$$

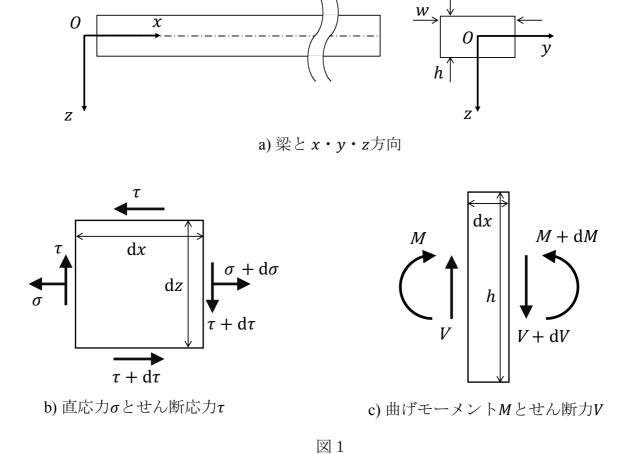
図1に示すように、z 軸は管軸に一致するようにとり、r はz 軸からの距離、 θ はx 軸の正方向からの角度を表す。(u_r,u_θ,u_z) は流速の放射方向、接線方向および管軸方向の流速成分を表し、p は圧力、p および μ はそれぞれ流体の密度と分子粘性係数である。円管および円柱は十分に長いものとする。円管と円柱の間の層流に関する以下の問いに答えよ。

- (1) 円管と円柱の間の流れが管軸方向に一様かつ管軸まわりに対称であるとき、連続式により放射方向の流速 u_r がゼロとなることを示せ。
- (2) 円管を固定した状態で、円柱を管軸まわりに一定の角速度ωで回転することにより、 円管と円柱の間に定常な回転流れを生成した。この流れは(1)の条件を満たすものと して、以下の問いに答えよ。
 - a) 与えられた条件の下で接線方向の流速 ugに関する運動方程式を簡略化せよ。
 - b) 接線方向の流速 u_{θ} が満たすべき境界条件を示せ。
 - c) 円管と円柱の間の接線方向の流速 unの分布を求めよ。
 - d) 円管内側表面 (r=2a) と円柱表面 (r=a) に作用する圧力の差を求めよ。
- (3) 円柱の回転を止め、z 軸の負側からポンプで圧力をかけて管軸方向に一定の圧力勾配 $G = -\partial p/\partial z$ (> 0) を作用させ、円管と円柱の間に定常な管軸方向の流れを生成した。 この流れは(1)の条件を満たすものとして、以下の問いに答えよ。
 - a) 与えられた条件の下で管軸方向の流速 uzに関する運動方程式を簡略化せよ。
 - b) 管軸方向の流速 u_z が満たすべき境界条件を示せ。
 - c) 円管と円柱の間の管軸方向の流速 uz の分布を求めよ。
 - d) 円管と円柱の間の管軸方向の流量を求めよ。
 - e) 流れによって円柱に作用する単位長さ当たりの管軸方向の力を求めよ。

専門学術 A

第1問

図1に示す準静的状態の梁を考える。梁の軸方向をx,軸方向に直角の鉛直方向と水平方向をzとy、断面を幅wと高さhの長方形とする。鉛直下向きを正とする(図1a)参照)。 次の各問いに関して答えよ。

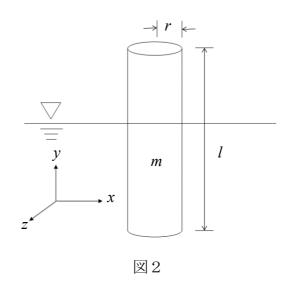


(1) 図 1 b)に示すように梁から長さdxと高さdzの微小な部分を取り出し、応力のつり合いを考える。梁の断面の直応力 σ とz方向のせん断応力 τ が満たす、x方向のつり合い式が下記であることを示せ。

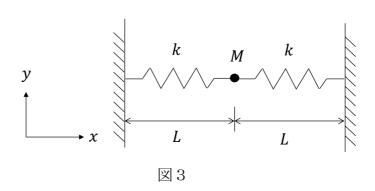
$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial z} = 0$$

- (2) 図 1 c) に示すように梁の長さdxの微小な部分を取り出す。問(1)と同様の方法で、断面力である曲げモーメントMとせん断力Vが満たす、モーメントのつり合い式を導け。
- (3) σ と τ を断面で適切に積分することで、 σ と τ を使ってMとVを表せ。
- (4) 問(1)のつり合い式を断面に関して積分することで、 τ を計算することができる。梁の上面と下面($z=\mp h/2$)では $\tau=0$ であることと、xの関数Aによって σ が $\sigma=Az$ と与えられることを使って、 τ を計算する式を導け。
- (5) 問(3)と問(4)の結果を使って、問(1)のつり合い式から、問(2)のモーメントのつり合い 式を導け。
- (6) 一般に梁のせん断歪は軸歪に比べて小さく 0 と近似される。この結果、 τ も 0 と近似される。しかし、 $\tau \approx 0$ とすると、問(1)と問(2)のつり合い式は成立しない。この矛盾をどう解決するか。解決の方法に関して 3 行程度で考えを述べよ。

- (1) 図 2 に示すような質量m、半径r、長さlの円柱が静水面に浮いている。この円柱の水平方向と回転方向の運動は拘束されており、鉛直方向(y方向)のみに動くとする。また、この円柱には重力と浮力のみが作用するものとする。次の各問いに答えよ。水の密度を ρ とし、重力加速度をgとする。
 - a) この円柱の鉛直方向の運動方程式を示せ。
 - b) この円柱の鉛直方向の運動の固有周期を求めよ。



- (2) 図 3 に示すように質量Mの質点が長さL、ばね定数kのばねで両側から支持されている。次の各問いに答えよ。ただし、重力とばねの質量は無視してよい。
 - a) 時刻t=0でこの質点に水平方向(x方向)の変位Aを与える。この時 (t=0) の質点 の速度はないものとする。質点の変位・速度・加速度を時刻tの関数としてそれぞれ記述せよ。
 - b) この質点に鉛直方向(y方向)の変位を与える。この質点の鉛直方向の運動方程式を 求めよ。
 - c) b)で求めた運動方程式を、鉛直方向の変位が微小であると仮定して近似せよ。 $\delta \ll 1$ の時、 $(1+\delta)^{\alpha} \approx 1 + \alpha \delta$ と近似できることを用いてよい。また、近似した運動方程式に基づいて、この質点の鉛直方向の運動の特徴を2行程度で述べよ。



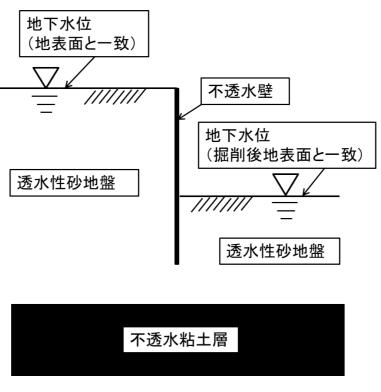
専門学術 A

第1問

- (1) 鉄筋コンクリート (RC) 梁の曲げ耐力を計算する際の仮定のひとつに、平面保持の 仮定 (ベルヌーイ・ナビエの仮定) がある。これがどのような仮定でなぜ必要なのか、 3 行程度で説明せよ。必要であれば図を用いてよい。
- (2) コンクリート中に配置された鉄筋に引張力を与え複数のひび割れが発生した後、コンクリートの平均的な引張の応力ひずみ関係は、コンクリート単体の引張の応力ひずみ関係とは異なる。どのように異なるのかを、5 行程度で説明せよ。また、説明のために図を用いよ。
- (3) プレストレストコンクリート部材の製作には主にプレテンション方式とポストテンション方式がある。ポストテンション方式と比較した場合のプレテンション方式の利点を2つ、欠点を2つ挙げよ。
- (4) コンクリートの配合や性質に関する以下の記述について、それぞれ正しいか誤っているかを記し、誤っている場合にはその理由を1行程度で説明せよ。
 - a) 細骨材の実積率が56%、粗骨材の実積率が60%のとき、両骨材を併せて用いた場合の最大充填容積率は58%である。
 - b) C-S-H ゲルが保有するゲル空隙や層間空隙の量は、一般的にセメントの水和進展 と共に増大する。
 - c) エトリンガイトはセメントの代表的な水和物であり、エトリンガイトの針状結晶は主にエーライトとアルミネート相の水和により生成される。エトリンガイトと塩化物イオンが反応することでフリーデル氏塩が生成され、コンクリート中で塩化物イオンを固定することができる。

d) コンクリートと鉄筋の線膨張係数はほぼ同じであるため、温度ひび割れ対策のために鉄筋を配置しても温度ひび割れ幅は小さくできない。

- (1) 水平な透水性砂地盤中に鉛直の不透水壁を打設し、その片側を掘削する工事を対象に、 次の各問いに答えよ。図1に示すように、両側の地下水位はそれぞれ地表面にあり、 透水性砂地盤の下方には不透水粘土層があるものとする。
 - a) 同様な模式図を解答用紙に描いて、流線網とこれに対応する等ポテンシャル線をそれぞれ実線と破線で加筆せよ。
 - b) 透水性砂地盤中のどの位置で動水勾配が最も大きくなるかを上記の図中に記し、そのように判断した理由を2行程度で説明せよ。
 - c) 透水性砂地盤の地盤工学的挙動が原因となって発生する可能性のある問題を 2 つ 挙げ、それぞれの問題について、対策工の例とその対策原理も含めて各 3 行程度で 説明せよ。
 - d) この掘削工事は不透水粘土層にも影響を及ぼす可能性がある。粘土層がどのような 影響を受けるかを、その理由とあわせて2行程度で説明せよ。



- (2) 土圧に関して以下の問いに答えよ。必要であれば模式図を追加してもよい。
 - a) 主働土圧、受働土圧および静止土圧について、それぞれの土圧が発揮される典型的な例を示しながら各2行程度で説明せよ。
 - b) ランキンの土圧理論に基づいて、鉛直で摩擦のない擁壁背面に作用する受働土圧合力を算定する方法を3行程度で説明せよ。
 - c) クーロンの土圧理論に基づいて、鉛直で摩擦のない擁壁背面に作用する受働土圧合力を算定する方法を3行程度で説明せよ。
 - d) 以下の d-1 から d-5 の各要因・特性について、ランキンの土圧理論とクーロンの土 圧理論のそれぞれで考慮・評価できるか否かを、下記の表を解答用紙に転記して完 成させることにより解答せよ。

d-1: 擁壁背面の傾斜角度

d-2: 擁壁背面で発揮される摩擦

d-3: 裏込め土の粘着力

d-4: 裏込め土に作用する地震慣性力

d-5: 土圧の鉛直方向分布

要因・特性	ランキンの土圧理論	クーロンの土圧理論
d-1		
d-2		
d-3		
d-4		
d-5		

○:考慮・評価可能, 一:考慮・評価不可能

専門学術A

第1問

開水路流れの理論とジェット気流に関する次の文を読んで、下線部①~⑥についての 各問いに答えよ。解答に必要な変数は特に指定されない限り、自由に用いて良い。

開水路定常流では、静水圧近似を仮定することで得られる<u>運動方程式からエネルギー</u> 保存則が表現できる_①。水頭として表したエネルギーから基準面水路床の高さを除いたも のを比エネルギーと呼ぶ。比エネルギーと水深の関係から限界水深が定義でき、さらに フルード数を用いることで<u>常流と射流が定義できる</u>②。比エネルギーの高い状態から低い 状態に遷移する際に起こる現象を跳水③と呼ぶ。

さて、この開水路流れの理論を地球上のジェット気流に当てはめてみよう。地球大気の中・高緯度対流圏高層を東向きに流れる強風帯がジェット気流である。地球は自転しているため、風の向きと水平面において垂直な見かけの力®が働き、その逆の方向に作用する圧力勾配(気圧傾度力)で力の釣り合いが取られている。開水路では水深とみるところをジェット気流では上空からみたジェット気流の幅とみることにより、2つの現象はアナロジーを有するようになる®。例えば、ジェット気流の幅の広い状態を常流、狭い状態を射流とみなすことができ、幅が遷移する様子は跳水に例えることができる。フルード数もロスビーフルード数という無次元量で対応している。このジェット気流の幅の急激な変化はブロッキングと呼ばれる現象®として日本の天候にも大いに関係している。

(1) ①に関して、粘性のない完全流体の流線の接線方向・法線方向の運動方程式はそれぞれ以下の式で表される。これらの式から開水路定常流でのエネルギー保存則を導け。

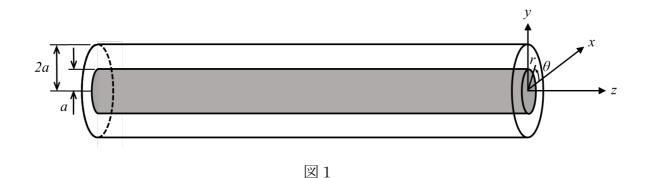
$$\frac{1}{q}\frac{\partial v_s}{\partial t} + \frac{1}{2q}\frac{\partial v^2}{\partial s} = -\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{p}{\rho q} + z\right)$$

$$\frac{1}{g}\frac{\partial v_n}{\partial t} + \frac{1}{g}\frac{v^2}{r} = -\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{p}{\rho g} + z\right)$$

ただし、s、nはそれぞれ流線の接線方向、法線方向を示し、vは流体の速度の大きさ、 v_s と v_n はそれぞれ接線方向と法線方向の流速成分を表す。pは圧力、zは基準面水路床の高さ、gは重力加速度、 ρ は密度、rは流線の曲率半径を示す。

- (2) ②に関して、一定単位幅流量qの際の水深hと比エネルギーEの関係を図示したうえで、 限界水深 h_c 及び常流と射流の範囲を示せ。
- (3) ③に関して、水平水路床を持つ開水路の一区間で跳水が生じている。跳水前後の水深は、0.2m と 0.8m であった。このとき開水路を流れる単位幅流量q及び比エネルギー損失 ΔE を有効数字 2 桁で求めよ。ただし g=9.8 m/s^2 を用いよ。
- (4) ④に関して、この見かけの力は「コリオリの力」として知られていて、その水平成分の大きさは、地表に対する水平速度Vに比例してfVと表される。ただし $f=2\Omega\sin\varphi$ であり、 Ω は自転の角速度、 φ は緯度である。また、対象とする地域での緯度依存性を線形近似($f=f_0+\beta y$;ただし $f_0=2\Omega\sin\varphi_0$ で、yは緯度 φ_0 からの南北方向の水平距離(極側が正)[m])することを β 面近似と呼ぶ。緯度 45 度での β の値を有効数字2 桁で求めよ。ただし、 $\sin 45^\circ = 0.71$ 、地球の半径 6.4×10^6 m、 $\pi=3.14$ を用いよ。
- (5) ⑤に関して、ジェット気流の幅aの中の風速はuで一様とすると、開水路でのフルード数に相当するロスビーフルード数は $R_F = 12\,u/\beta a^2$ で表される。いま、開水路定常流の限界流に対応する状態にあるジェット気流の風速が $12\,m/s$ であるとき、このジェット気流の幅はどれくらいになるか。(4)で求めた β を用いて有効数字 1 桁で答えよ。
- (6) ⑥に関して、比エネルギーの減少を伴う跳水と対応させて考えると、ブロッキング現象では上空でどのような流れが生じていると考えられるか。1行程度で答えよ。また、日本の上空でブロッキング現象が起きた際に発生しうる気象水文現象にはどういうものがあるか、2点具体例を挙げながら、合計8行程度で物理的な発生メカニズムとその社会的影響を説明せよ。

図1に示すような軸を共有している半径 2a の円管と半径 a の円柱の間の非圧縮粘性 流体の流れを考える。流体には重力の作用はないものとする。



円管層流は一般に円筒座標系 (r, θ, z) で表された以下の連続式および運動方程式によって記述される。

連続式:

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$$

運動方程式:

$$\begin{split} &\rho \bigg(\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta^2}{r} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} \bigg) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu \bigg[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \bigg(r \frac{\partial u_r}{\partial r} \bigg) - \frac{u_r}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} \bigg] \\ &\rho \bigg(\frac{\partial u_\theta}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r u_\theta}{r} + u_z \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \bigg) = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu \bigg[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \bigg(r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} \bigg) - \frac{u_\theta}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial z^2} \bigg] \\ &\rho \bigg(\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \bigg) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \bigg[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \bigg(r \frac{\partial u_z}{\partial r} \bigg) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \bigg] \end{split}$$

図1に示すように、z 軸は管軸に一致するようにとり、r はz 軸からの距離、 θ はx 軸の正方向からの角度を表す。(u_r,u_θ,u_z) は流速の放射方向、接線方向および管軸方向の流速成分を表し、p は圧力、p および μ はそれぞれ流体の密度と分子粘性係数である。円管および円柱は十分に長いものとする。円管と円柱の間の層流に関する以下の問いに答えよ。

- (1) 円管と円柱の間の流れが管軸方向に一様かつ管軸まわりに対称であるとき、連続式により放射方向の流速 u_r がゼロとなることを示せ。
- (2) 円管を固定した状態で、円柱を管軸まわりに一定の角速度ωで回転することにより、 円管と円柱の間に定常な回転流れを生成した。この流れは(1)の条件を満たすものと して、以下の問いに答えよ。
 - a) 与えられた条件の下で接線方向の流速 ugに関する運動方程式を簡略化せよ。
 - b) 接線方向の流速 u_{θ} が満たすべき境界条件を示せ。
 - c) 円管と円柱の間の接線方向の流速 unの分布を求めよ。
 - d) 円管内側表面 (r=2a) と円柱表面 (r=a) に作用する圧力の差を求めよ。
- (3) 円柱の回転を止め、z 軸の負側からポンプで圧力をかけて管軸方向に一定の圧力勾配 $G = -\partial p/\partial z$ (> 0) を作用させ、円管と円柱の間に定常な管軸方向の流れを生成した。 この流れは(1)の条件を満たすものとして、以下の問いに答えよ。
 - a) 与えられた条件の下で管軸方向の流速 uzに関する運動方程式を簡略化せよ。
 - b) 管軸方向の流速 u_z が満たすべき境界条件を示せ。
 - c) 円管と円柱の間の管軸方向の流速 uz の分布を求めよ。
 - d) 円管と円柱の間の管軸方向の流量を求めよ。
 - e) 流れによって円柱に作用する単位長さ当たりの管軸方向の力を求めよ。

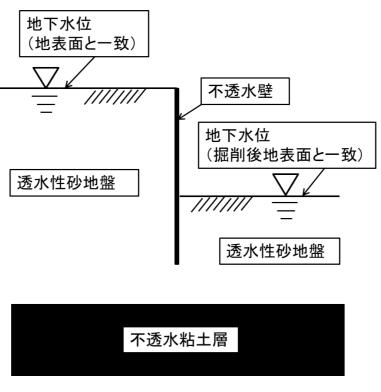
専門学術 A

第1問

- (1) 鉄筋コンクリート (RC) 梁の曲げ耐力を計算する際の仮定のひとつに、平面保持の 仮定 (ベルヌーイ・ナビエの仮定) がある。これがどのような仮定でなぜ必要なのか、 3 行程度で説明せよ。必要であれば図を用いてよい。
- (2) コンクリート中に配置された鉄筋に引張力を与え複数のひび割れが発生した後、コンクリートの平均的な引張の応力ひずみ関係は、コンクリート単体の引張の応力ひずみ関係とは異なる。どのように異なるのかを、5 行程度で説明せよ。また、説明のために図を用いよ。
- (3) プレストレストコンクリート部材の製作には主にプレテンション方式とポストテンション方式がある。ポストテンション方式と比較した場合のプレテンション方式の利点を2つ、欠点を2つ挙げよ。
- (4) コンクリートの配合や性質に関する以下の記述について、それぞれ正しいか誤っているかを記し、誤っている場合にはその理由を1行程度で説明せよ。
 - a) 細骨材の実積率が56%、粗骨材の実積率が60%のとき、両骨材を併せて用いた場合の最大充填容積率は58%である。
 - b) C-S-H ゲルが保有するゲル空隙や層間空隙の量は、一般的にセメントの水和進展 と共に増大する。
 - c) エトリンガイトはセメントの代表的な水和物であり、エトリンガイトの針状結晶は主にエーライトとアルミネート相の水和により生成される。エトリンガイトと塩化物イオンが反応することでフリーデル氏塩が生成され、コンクリート中で塩化物イオンを固定することができる。

d) コンクリートと鉄筋の線膨張係数はほぼ同じであるため、温度ひび割れ対策のために鉄筋を配置しても温度ひび割れ幅は小さくできない。

- (1) 水平な透水性砂地盤中に鉛直の不透水壁を打設し、その片側を掘削する工事を対象に、 次の各問いに答えよ。図1に示すように、両側の地下水位はそれぞれ地表面にあり、 透水性砂地盤の下方には不透水粘土層があるものとする。
 - a) 同様な模式図を解答用紙に描いて、流線網とこれに対応する等ポテンシャル線をそれぞれ実線と破線で加筆せよ。
 - b) 透水性砂地盤中のどの位置で動水勾配が最も大きくなるかを上記の図中に記し、そのように判断した理由を2行程度で説明せよ。
 - c) 透水性砂地盤の地盤工学的挙動が原因となって発生する可能性のある問題を 2 つ 挙げ、それぞれの問題について、対策工の例とその対策原理も含めて各 3 行程度で 説明せよ。
 - d) この掘削工事は不透水粘土層にも影響を及ぼす可能性がある。粘土層がどのような 影響を受けるかを、その理由とあわせて2行程度で説明せよ。



- (2) 土圧に関して以下の問いに答えよ。必要であれば模式図を追加してもよい。
 - a) 主働土圧、受働土圧および静止土圧について、それぞれの土圧が発揮される典型的な例を示しながら各2行程度で説明せよ。
 - b) ランキンの土圧理論に基づいて、鉛直で摩擦のない擁壁背面に作用する受働土圧合力を算定する方法を3行程度で説明せよ。
 - c) クーロンの土圧理論に基づいて、鉛直で摩擦のない擁壁背面に作用する受働土圧合力を算定する方法を3行程度で説明せよ。
 - d) 以下の d-1 から d-5 の各要因・特性について、ランキンの土圧理論とクーロンの土 圧理論のそれぞれで考慮・評価できるか否かを、下記の表を解答用紙に転記して完 成させることにより解答せよ。

d-1: 擁壁背面の傾斜角度

d-2: 擁壁背面で発揮される摩擦

d-3: 裏込め土の粘着力

d-4: 裏込め土に作用する地震慣性力

d-5: 土圧の鉛直方向分布

要因・特性	ランキンの土圧理論	クーロンの土圧理論
d-1		
d-2		
d-3		
d-4		
d-5		

○:考慮・評価可能, 一:考慮・評価不可能

Question 1

Answer the following questions.

- (1) Answer the following questions about the transportation planning of a local city.
 - a) The utility function of holiday activities in the central urban area (g) is expressed as $U_g = V_g + \varepsilon_g$, where U_g is utility of central urban area, V_g is deterministic term and ε_g is error term, the utility function of activities at suburban shopping center (t) can be described by $U_t = V_t + \varepsilon_t$, where U_t is the utility of suburban shopping center, V_t is deterministic term and ε_t is error term. Derive an expression for the binary choice probability P_g of choosing the central urban area in holiday activity choice for a probability density function of $\varepsilon'(f(\varepsilon'))$ shown in Figure 1, when $\varepsilon' = \varepsilon_g \varepsilon_t$. For the holiday activity, no choice other than g and t is considered.

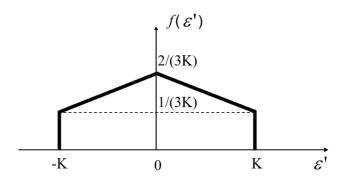


Figure 1 Probability density function of \mathcal{E}' (K is constant)

- b) Assuming independent and identically distributed Gumbel (i.i.d. Gumbel) $e^{-\varepsilon} e^{-e^{-\varepsilon}}$ for the error distribution, derive the choosing probability and answer within eight lines about how the difference in variance of the error distribution affects the choosing probability.
- c) Propose one effective transportation policy to improve access to central urban area, survey methods for policy evaluation and evaluation analysis method within five lines each.
- d) Since shopping refugee problems occurred in an old residential of suburbs, it was decided to make a public transport network plan. When you make a public transport network plan, give three important transportation policies from the viewpoint of "cooperation", answer within five lines each.
- (2) Read the following sentences and select correct combination of wrong-correct phrases with underline from A to E.

Although it is possible to improve congestion by collecting congestion tax from road users and internalizing external diseconomies, income redistribution increases ① economic welfare unless it reduces the overall output economic. This is based on the principle of ② Pigou's first proposition. This proposition is derived from the law of diminishing marginal utility and income redistribution can satisfy ③ the stronger desire of the rich. In order ④ to correct the internal effect which increases the total of desire satisfaction, we grant subsidies on ⑤ negative external effects and tax on ⑥ positive external effects. At this time, it is necessary to maximize ⑦ "total benefit" as a whole society which is equal to "user benefits" minus "social expenses"

(combined costs of external expenses which are $\ \ \underline{ \otimes \ }$ positive effects on society and normal expenses.)

	1	2	3	4	(5)	6	7	8
A	Wrong							
В	Wrong	Wrong	Wrong	Correct	Correct	Correct	Correct	Wrong
C	Wrong	Wrong	Wrong	Correct	Wrong	Correct	Correct	Wrong
D	Correct	Wrong	Wrong	Wrong	Correct	Wrong	Wrong	Wrong
Е	Wrong	Correct	Correct	Correct	Wrong	Wrong	Correct	Correct

- (1) Explain the global geodetic reference system in about eight lines.
- (2) Explain a Real Time Kinematic positioning (RTK positioning) by using all of the following words:
 - carrier phase relative positioning, integer bias, On the Fly method, wide lane.
- (3) Answer the following questions about orientation of photogrammetry.
 - a) Write five exterior and interior orientation elements in total.
 - b) Write the collinearity condition equation. Variables should be defined by yourself.
 - c) Explain the difference between orientation of a single photograph with only exterior orientation elements and that with exterior and interior orientation elements, by using the collinearity condition equation.
- (4) Explain the false color composite of satellite remote sensing data in about five lines. Additionally, write an example of the false color composite, and explain its application in about eight lines in total.

Question 1

- (1) One of the assumptions to calculate a flexural capacity of reinforced concrete (RC) beam is that the plane sections remain plane (Bernoulli-Navier hypothesis). Explain the hypothesis and why it is necessary in about five lines. You may use illustrations if necessary.
- (2) When a tensile force is applied to steel bars placed in concrete, the average tensile stress-strain relationship of concrete after multiple cracks occur is different from that of concrete without steel bars. Explain how they are different in about seven lines. You must use illustrations.
- (3) There are mainly two methods for manufacturing prestressed concrete members, namely pretensioning systems and post-tensioning systems. Write two advantages and two disadvantages of the pre-tensioning systems compared to the post-tensioning systems.
- (4) Answer whether each of the following statements regarding mix or properties of concrete is correct or wrong. If a statement is wrong, explain the reason in about two lines.
 - a) When the maximum percentages of packing volume of fine aggregate and coarse aggregate are 56% and 60%, respectively, the maximum percentage of packing volume of mix of these two aggregates is 58%.
 - b) The volumes of gel pores and interlayer pores in the C-S-H gel generally increase with the progress of cement hydration.
 - c) Ettringite is one of the typical cement hydrates, and the needle-shaped crystal of ettringite forms mainly by the hydration of alite and aluminate phase. Friedel's salt is produced in the reaction between ettringite and chloride ions, which can fix the chloride ion.
 - d) As the thermal expansion coefficients of concrete and steel bars are almost the same, we cannot decrease the width of thermal cracks even if we install steel bars as a countermeasure for the thermal cracks.

- (1) Answer the following questions on an excavation work made by constructing a vertical impermeable wall in level ground consisting of a permeable sandy soil layer, and by removing the soil on one side of the wall. As illustrated in Figure 1, the ground water levels on both sides of the wall are at the ground surface, and the permeable sandy ground is underlain by an impermeable clay layer.
 - a) Redraw a similar figure on the answer sheet, and add flow net lines and corresponding equipotential lines using solid and broken lines, respectively.
 - b) Mark the location in the above figure where the largest hydraulic gradient is mobilized in the sandy ground and explain the reason in about three lines.
 - c) List up two problems that may be potentially induced by the geotechnical behavior of the permeable sandy ground, and explain each of the problems in about five lines, including an example of countermeasure and its working principle.
 - d) This excavation work may potentially affect the impermeable clay layer as well. Explain its effect on the clay layer and the reason in about three lines.

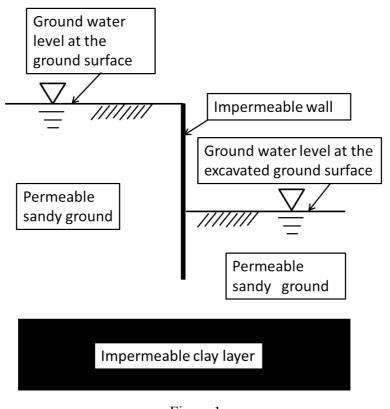


Figure 1

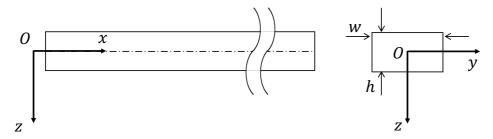
- (2) Answer the following questions on earth pressures. If needed, schematic figure(s) may be added.
 - a) In about three lines each, explain active earth pressure, passive earth pressure and earth pressure at rest, while showing a typical case where each earth pressure is mobilized.
 - b) In about five lines, explain the procedures to evaluate the resultant force of passive earth pressure exerted to a vertical and smooth back face of soil retaining walls, based on Rankine's earth pressure theory.
 - c) In about five lines, explain the procedures to evaluate the resultant force of passive earth pressure exerted to a vertical and smooth back face of soil retaining walls, based on Coulomb's earth pressure theory.
 - d) On each of the factors/properties listed as d-1 through d-5 below, by rewriting and completing the following table on the answer sheet, indicate whether or not it can be considered/evaluated by the Rankine's and/or Coulomb's earth pressure theories.
 - d-1: Inclination angle of the back face of soil retaining walls
 - d-2: Friction mobilized at the back face of soil retaining walls
 - d-3: Cohesion of the backfill soils
 - d-4: Seismic inertia force exerted to the backfill soils
 - d-5: Vertical distribution of earth pressure

Factors/	Rankine's earth pressure	Coulomb's earth pres-
properties	theory	sure theory
d-1		
d-2		
d-3		
d-4		
d-5		

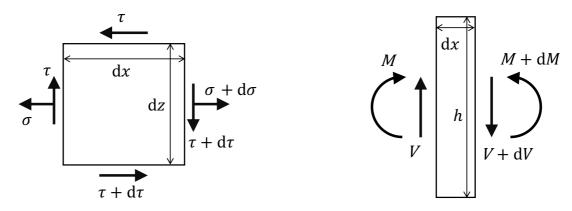
O: can be considered/evaluated, —: cannot be considered/evaluated

Question 1

We consider a beam at quasi-static state as shown in Figure 1. The longitudinal direction of the beam is x, and the vertical or horizontal transverse direction of the beam is z or y, respectively, and the cross section of the beam is rectangular with width w and height h. The positive direction of z is downward; see Figure 1a). Answer the following questions.



a) overview of beam and x-, y-, and z-directions



- b) normal stress σ and shear stress τ
- c) bending moment M and shear force V

Figure 1

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial z} = 0$$

- (2) As shown in Figure 1c), we take a small portion of length dx from the beam. Derive the equilibrium equation of moment that the bending moment M and the shear force V of the cross section satisfy, in the same manner as you show in solving (1).
- (3) Derive an expression of M and V in terms of σ and τ , by properly integrating σ and τ on the cross section.
- (4) We can compute τ integrating the equilibrium equation of (1) on the cross section. Derive an expression of τ , knowing that $\tau = 0$ is satisfied on the top and bottom of the cross section $(z = \mp h/2)$, and that σ is expressed as $\sigma = Az$ in terms of A which is a function of x.

- (5) Derive the equilibrium equation of moment of (2) from the equilibrium equation of (1), using the answers of (3) and (4).
- (6) In general, a beam has shear strain which is much smaller than normal strain, and we approximate τ as 0. However, the approximation of $\tau \approx 0$ contradicts the two equilibrium equations of (1) and (2). How do you solve this contradiction? Explain your idea of solving the contradiction in around five lines.

- (1) A cylinder with the mass m, radius r and length l, is floating on stationary water surface as shown in Figure 2. The motion of this cylinder in horizontal and rotational directions is constrained and only vertical (y-direction) motion is allowed. Only gravitational and buoyancy forces are applied to the cylinder. Answer the following questions. The water density is ρ and the gravitational acceleration is g.
 - a) Obtain the equation of motion of this cylinder in vertical direction.
 - b) Obtain the natural period of the vertical motion of this cylinder.

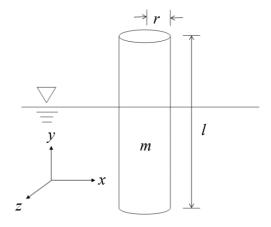


Figure 2

- (2) A mass M is supported by two springs with spring constant k and length L as shown in Figure 3. Answer the following questions. You can ignore the mass of the springs and the gravitational force.
 - a) A horizontal (x-direction) displacement of A is given to this mass at time t = 0. The mass has no velocity at t = 0. Obtain the expressions for displacement, velocity and acceleration of the mass as a function of time t.
 - b) A vertical (y-direction) displacement is given to this mass. Obtain the equation of motion of this mass in vertical direction.
 - c) Simplify the equation of motion obtained in b) assuming the vertical displacement of the mass is small. You may use the approximation $(1 + \delta)^{\alpha} \approx 1 + \alpha \delta$ when $\delta \ll 1$. Based on the simplified equation of motion, describe the characteristic of the vertical motion of the mass in about three lines.

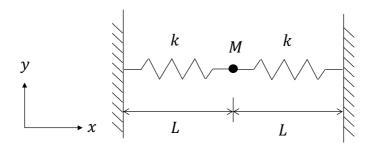


Figure 3

Question 1

Read the paragraphs about the theory of open channel flow and the jet streams below, and answer each question about the underlined parts 1) to 6). You may define additional variables if necessary.

In the steady open channel flow, the energy conservation law can be expressed from the equation of motion¹⁾ obtained by assuming the hydrostatic approximation. The energy expressed as the water head with reference to the channel floor is called specific energy. The critical water depth can be defined from the relation between specific energy and water depth, and subcritical flow and supercritical flow can be defined²⁾ by using Froude number. The phenomenon that occurs when transitioning from a state of high specific energy to a state of low specific energy is called hydraulic jump³⁾.

Here, we shall apply this theory of open channel flow to the jet streams of the earth. Jet stream is a strong wind band that flows eastward in the middle and high latitudes of the earth's upper troposphere. Since the earth rotates on its own axis, the apparent force⁴⁾ works in the direction horizontally perpendicular to the wind direction, and the pressure gradient force works in the opposite direction to satisfy the balance of the forces. Open channel flow and jet streams will have analogies⁵⁾, if the water depth in the open channel is regarded as the horizontal width of the jet stream. For example, it is possible to regard a state in which the jet stream has a large width as a subcritical flow, a state with a small width as a supercritical flow, and a state in which the sudden width changes can be compared to a hydraulic jump. The dimensionless quantity called Rossby-Froude number is an analogical counterpart of the Froude number in open channel flow. The sudden change in the width of jet stream is greatly related to the weather in Japan as a phenomenon called "blocking." ⁽⁶⁾

(1) With respect to 1), the equations of motion in the tangential direction and the normal direction of the streamline of a perfect fluid are expressed by the following equations. From these equations, derive the conservation law of energy in a steady open channel flow.

$$\frac{1}{g}\frac{\partial v_s}{\partial t} + \frac{1}{2g}\frac{\partial v^2}{\partial s} = -\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{p}{\rho g} + z\right)$$

$$\frac{1}{g}\frac{\partial v_n}{\partial t} + \frac{1}{g}\frac{v^2}{r} = -\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{p}{\rho g} + z\right)$$

Here, s and n denote the tangential direction and normal direction of the streamline, respectively, v is the magnitude of flow velocity, and v_s and v_n are the velocity components in the tangential direction and the normal direction, respectively. p is the pressure, z is the elevation of the channel floor, g is the gravitational acceleration, ρ is the density, and r is the radius of curvature of streamline.

- (2) Regarding 2), illustrate the relationship between the water depth h and the specific energy E in case of constant unit width flow rate q. Also, indicate the critical water depth h_c and the ranges of subcritical flow and supercritical flow in the illustration.
- (3) Regarding 3), assume that a hydraulic jump occurred in one section of the open channel with a horizontal channel floor. Water depths before and after jumping were 0.2 m and 0.8 m, respectively. At this time, calculate the unit width flow rate q through the open channel and the specific energy loss ΔE and answer them with two significant figures, respectively. Use $g = 9.8 \text{ m/s}^2$.
- (4) Regarding 4), this apparent force is known as "Coriolis force", and its horizontal magnitude is

- fV, where V is horizontal wind speed relative to the earth's surface and $f=2\Omega\sin\varphi$ with Ω , the angular velocity of rotation of the earth, and φ , latitude. In addition, it is assumed that the latitudinal dependence in the target area is linearly approximated ($f=f_0+\beta y$; where $f_0=2\Omega\sin\varphi_0$, and y is the horizontal meridional distance from the latitude φ_0 (polar direction is positive) [m]). This is called β -plane approximation. Calculate the value of β at latitude 45 degrees and answer it with two significant figures. Use $\sin 45^\circ = 0.71$, the radius of the earth 6.4×10^6 m, and $\pi = 3.14$.
- (5) Regarding 5), if the wind speed u is uniform in the jet stream with the width of a, the Rossby-Froude number corresponding to the Froude number in the open channel is expressed as $R_F = 12 u/\beta a^2$. Assume that the jet stream is at the state corresponding to critical flow in the steady open channel flow and it has a wind speed of 12 m/s. Calculate the width of the jet stream at that time using β calculated in (4) and answer it with one significant figure.
- (6) Regarding 6), "blocking" is analogically equivalent to hydraulic jump. Specific energy decreases by a hydraulic jump in open channel flow. What kind of flow is considered to be occurring in the upper air during the blocking phenomenon? Answer it in about two lines. In addition, name two specific examples of hydro-meteorological phenomena that can occur when a blocking sits over Japan, and describe the physical occurrence mechanisms and their social influences in about 12 lines in total.

Consider incompressible viscous flows between a circular pipe of radius 2a and a cylinder of radius a sharing a common axis shown in Figure 1. There is no gravitational force acting on the fluid.

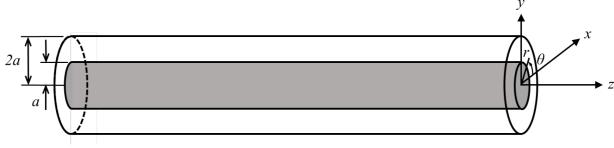


Figure 1

The following continuity and momentum equations in cylindrical coordinates (r, θ, z) hold for laminar pipe flows in general.

Continuity equation:

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$$

Momentum equations:

$$\begin{split} &\rho\Bigg(\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta^2}{r} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z}\Bigg) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu\Bigg[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \bigg(r \frac{\partial u_r}{\partial r}\bigg) - \frac{u_r}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2}\Bigg] \\ &\rho\Bigg(\frac{\partial u_\theta}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r u_\theta}{r} + u_z \frac{\partial u_\theta}{\partial z}\Bigg) = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu\Bigg[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \bigg(r \frac{\partial u_\theta}{\partial r}\bigg) - \frac{u_\theta}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial z^2}\Bigg] \\ &\rho\Bigg(\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z}\Bigg) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu\Bigg[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \bigg(r \frac{\partial u_z}{\partial r}\bigg) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2}\Bigg] \end{split}$$

Here, z is taken as the axis of the pipe, r is the radial distance from the z-axis and θ is the angle from the positive x-axis as shown in Figure 1. (u_r, u_θ, u_z) represent the radial, tangential and axial velocity components, p is pressure, p and p are density and viscosity of the fluid, respectively. The pipe and the cylinder are sufficiently long. Answer the following questions regarding laminar flows between the pipe and the cylinder.

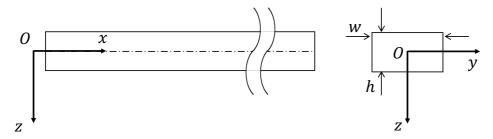
- (1) Show that the radial velocity u_r is zero for axially uniform and axisymmetric flows between the pipe and the cylinder from the continuity equation.
- (2) We generate a steady circular flow between the pipe and the cylinder by rotating the cylinder about z-axis at a constant angular velocity ω with the pipe fixed. Let this flow satisfy the condition in (1) and answer the following questions.
 - a) Simplify the momentum equation for the tangential velocity u_{θ} under the given conditions.
 - b) Describe the boundary conditions for the tangential velocity u_{θ} .
 - c) Find the distribution of the tangential velocity u_{θ} between the pipe and the cylinder.
 - d) Find the pressure difference between the inner surface of the pipe (r = 2a) and the cylinder

surface (r = a).

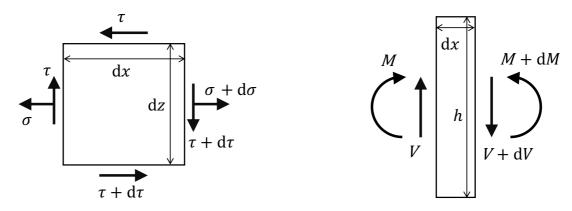
- (3) We stop the rotation and then generate a steady axial flow between the pipe and the cylinder by applying pressure from the negative side of z-axis using a pump to make a constant axial pressure gradient $G = -\partial p/\partial z$ (> 0) along the flow. Let this flow satisfy the condition in (1) and answer the following questions.
 - a) Simplify the momentum equation for the axial velocity u_z under the given conditions.
 - b) Describe the boundary conditions for the axial velocity u_z .
 - c) Find the distribution of the axial velocity u_z between the pipe and the cylinder.
 - d) Find the axial flow discharge between the pipe and the cylinder.
 - e) Find the flow-induced axial force on the cylinder per its unit length.

Question 1

We consider a beam at quasi-static state as shown in Figure 1. The longitudinal direction of the beam is x, and the vertical or horizontal transverse direction of the beam is z or y, respectively, and the cross section of the beam is rectangular with width w and height h. The positive direction of z is downward; see Figure 1a). Answer the following questions.



a) overview of beam and x-, y-, and z-directions



- b) normal stress σ and shear stress τ
- c) bending moment M and shear force V

Figure 1

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial z} = 0$$

- (2) As shown in Figure 1c), we take a small portion of length dx from the beam. Derive the equilibrium equation of moment that the bending moment M and the shear force V of the cross section satisfy, in the same manner as you show in solving (1).
- (3) Derive an expression of M and V in terms of σ and τ , by properly integrating σ and τ on the cross section.
- (4) We can compute τ integrating the equilibrium equation of (1) on the cross section. Derive an expression of τ , knowing that $\tau = 0$ is satisfied on the top and bottom of the cross section $(z = \mp h/2)$, and that σ is expressed as $\sigma = Az$ in terms of A which is a function of x.

- (5) Derive the equilibrium equation of moment of (2) from the equilibrium equation of (1), using the answers of (3) and (4).
- (6) In general, a beam has shear strain which is much smaller than normal strain, and we approximate τ as 0. However, the approximation of $\tau \approx 0$ contradicts the two equilibrium equations of (1) and (2). How do you solve this contradiction? Explain your idea of solving the contradiction in around five lines.

- (1) A cylinder with the mass m, radius r and length l, is floating on stationary water surface as shown in Figure 2. The motion of this cylinder in horizontal and rotational directions is constrained and only vertical (y-direction) motion is allowed. Only gravitational and buoyancy forces are applied to the cylinder. Answer the following questions. The water density is ρ and the gravitational acceleration is g.
 - a) Obtain the equation of motion of this cylinder in vertical direction.
 - b) Obtain the natural period of the vertical motion of this cylinder.

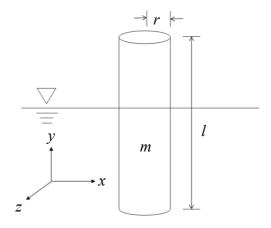


Figure 2

- (2) A mass M is supported by two springs with spring constant k and length L as shown in Figure 3. Answer the following questions. You can ignore the mass of the springs and the gravitational force.
 - a) A horizontal (x-direction) displacement of A is given to this mass at time t = 0. The mass has no velocity at t = 0. Obtain the expressions for displacement, velocity and acceleration of the mass as a function of time t.
 - b) A vertical (y-direction) displacement is given to this mass. Obtain the equation of motion of this mass in vertical direction.
 - c) Simplify the equation of motion obtained in b) assuming the vertical displacement of the mass is small. You may use the approximation $(1 + \delta)^{\alpha} \approx 1 + \alpha \delta$ when $\delta \ll 1$. Based on the simplified equation of motion, describe the characteristic of the vertical motion of the mass in about three lines.

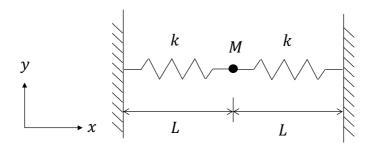


Figure 3

Question 1

Read the paragraphs about the theory of open channel flow and the jet streams below, and answer each question about the underlined parts 1) to 6). You may define additional variables if necessary.

In the steady open channel flow, the energy conservation law can be expressed from the equation of motion¹⁾ obtained by assuming the hydrostatic approximation. The energy expressed as the water head with reference to the channel floor is called specific energy. The critical water depth can be defined from the relation between specific energy and water depth, and subcritical flow and supercritical flow can be defined²⁾ by using Froude number. The phenomenon that occurs when transitioning from a state of high specific energy to a state of low specific energy is called hydraulic jump³⁾.

Here, we shall apply this theory of open channel flow to the jet streams of the earth. Jet stream is a strong wind band that flows eastward in the middle and high latitudes of the earth's upper troposphere. Since the earth rotates on its own axis, the apparent force⁴⁾ works in the direction horizontally perpendicular to the wind direction, and the pressure gradient force works in the opposite direction to satisfy the balance of the forces. Open channel flow and jet streams will have analogies⁵⁾, if the water depth in the open channel is regarded as the horizontal width of the jet stream. For example, it is possible to regard a state in which the jet stream has a large width as a subcritical flow, a state with a small width as a supercritical flow, and a state in which the sudden width changes can be compared to a hydraulic jump. The dimensionless quantity called Rossby-Froude number is an analogical counterpart of the Froude number in open channel flow. The sudden change in the width of jet stream is greatly related to the weather in Japan as a phenomenon called "blocking."

(1) With respect to 1), the equations of motion in the tangential direction and the normal direction of the streamline of a perfect fluid are expressed by the following equations. From these equations, derive the conservation law of energy in a steady open channel flow.

$$\frac{1}{g}\frac{\partial v_s}{\partial t} + \frac{1}{2g}\frac{\partial v^2}{\partial s} = -\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{p}{\rho g} + z\right)$$

$$\frac{1}{g}\frac{\partial v_n}{\partial t} + \frac{1}{g}\frac{v^2}{r} = -\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{p}{\rho g} + z\right)$$

Here, s and n denote the tangential direction and normal direction of the streamline, respectively, v is the magnitude of flow velocity, and v_s and v_n are the velocity components in the tangential direction and the normal direction, respectively. p is the pressure, z is the elevation of the channel floor, g is the gravitational acceleration, ρ is the density, and r is the radius of curvature of streamline.

- (2) Regarding 2), illustrate the relationship between the water depth h and the specific energy E in case of constant unit width flow rate q. Also, indicate the critical water depth h_c and the ranges of subcritical flow and supercritical flow in the illustration.
- (3) Regarding 3), assume that a hydraulic jump occurred in one section of the open channel with a horizontal channel floor. Water depths before and after jumping were 0.2 m and 0.8 m, respectively. At this time, calculate the unit width flow rate q through the open channel and the specific energy loss ΔE and answer them with two significant figures, respectively. Use $g = 9.8 \text{ m/s}^2$.
- (4) Regarding 4), this apparent force is known as "Coriolis force", and its horizontal magnitude is

- fV, where V is horizontal wind speed relative to the earth's surface and $f=2\Omega\sin\varphi$ with Ω , the angular velocity of rotation of the earth, and φ , latitude. In addition, it is assumed that the latitudinal dependence in the target area is linearly approximated ($f=f_0+\beta y$; where $f_0=2\Omega\sin\varphi_0$, and y is the horizontal meridional distance from the latitude φ_0 (polar direction is positive) [m]). This is called β -plane approximation. Calculate the value of β at latitude 45 degrees and answer it with two significant figures. Use $\sin 45^\circ = 0.71$, the radius of the earth 6.4×10^6 m, and $\pi = 3.14$.
- (5) Regarding 5), if the wind speed u is uniform in the jet stream with the width of a, the Rossby-Froude number corresponding to the Froude number in the open channel is expressed as $R_F = 12 u/\beta a^2$. Assume that the jet stream is at the state corresponding to critical flow in the steady open channel flow and it has a wind speed of 12 m/s. Calculate the width of the jet stream at that time using β calculated in (4) and answer it with one significant figure.
- (6) Regarding 6), "blocking" is analogically equivalent to hydraulic jump. Specific energy decreases by a hydraulic jump in open channel flow. What kind of flow is considered to be occurring in the upper air during the blocking phenomenon? Answer it in about two lines. In addition, name two specific examples of hydro-meteorological phenomena that can occur when a blocking sits over Japan, and describe the physical occurrence mechanisms and their social influences in about 12 lines in total.

Consider incompressible viscous flows between a circular pipe of radius 2a and a cylinder of radius a sharing a common axis shown in Figure 1. There is no gravitational force acting on the fluid.

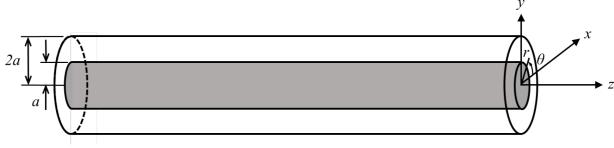


Figure 1

The following continuity and momentum equations in cylindrical coordinates (r, θ, z) hold for laminar pipe flows in general.

Continuity equation:

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$$

Momentum equations:

$$\begin{split} &\rho\Bigg(\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta^2}{r} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z}\Bigg) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu\Bigg[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \bigg(r \frac{\partial u_r}{\partial r}\bigg) - \frac{u_r}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2}\Bigg] \\ &\rho\Bigg(\frac{\partial u_\theta}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r u_\theta}{r} + u_z \frac{\partial u_\theta}{\partial z}\Bigg) = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu\Bigg[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \bigg(r \frac{\partial u_\theta}{\partial r}\bigg) - \frac{u_\theta}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial z^2}\Bigg] \\ &\rho\Bigg(\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z}\Bigg) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu\Bigg[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \bigg(r \frac{\partial u_z}{\partial r}\bigg) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2}\Bigg] \end{split}$$

Here, z is taken as the axis of the pipe, r is the radial distance from the z-axis and θ is the angle from the positive x-axis as shown in Figure 1. (u_r, u_θ, u_z) represent the radial, tangential and axial velocity components, p is pressure, p and p are density and viscosity of the fluid, respectively. The pipe and the cylinder are sufficiently long. Answer the following questions regarding laminar flows between the pipe and the cylinder.

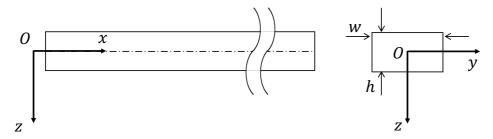
- (1) Show that the radial velocity u_r is zero for axially uniform and axisymmetric flows between the pipe and the cylinder from the continuity equation.
- (2) We generate a steady circular flow between the pipe and the cylinder by rotating the cylinder about z-axis at a constant angular velocity ω with the pipe fixed. Let this flow satisfy the condition in (1) and answer the following questions.
 - a) Simplify the momentum equation for the tangential velocity u_{θ} under the given conditions.
 - b) Describe the boundary conditions for the tangential velocity u_{θ} .
 - c) Find the distribution of the tangential velocity u_{θ} between the pipe and the cylinder.
 - d) Find the pressure difference between the inner surface of the pipe (r = 2a) and the cylinder

surface (r = a).

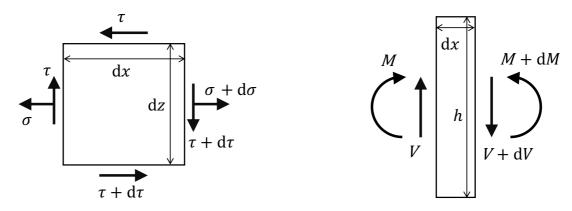
- (3) We stop the rotation and then generate a steady axial flow between the pipe and the cylinder by applying pressure from the negative side of z-axis using a pump to make a constant axial pressure gradient $G = -\partial p/\partial z$ (> 0) along the flow. Let this flow satisfy the condition in (1) and answer the following questions.
 - a) Simplify the momentum equation for the axial velocity u_z under the given conditions.
 - b) Describe the boundary conditions for the axial velocity u_z .
 - c) Find the distribution of the axial velocity u_z between the pipe and the cylinder.
 - d) Find the axial flow discharge between the pipe and the cylinder.
 - e) Find the flow-induced axial force on the cylinder per its unit length.

Question 1

We consider a beam at quasi-static state as shown in Figure 1. The longitudinal direction of the beam is x, and the vertical or horizontal transverse direction of the beam is z or y, respectively, and the cross section of the beam is rectangular with width w and height h. The positive direction of z is downward; see Figure 1a). Answer the following questions.



a) overview of beam and x-, y-, and z-directions



- b) normal stress σ and shear stress τ
- c) bending moment M and shear force V

Figure 1

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial z} = 0$$

- (2) As shown in Figure 1c), we take a small portion of length dx from the beam. Derive the equilibrium equation of moment that the bending moment M and the shear force V of the cross section satisfy, in the same manner as you show in solving (1).
- (3) Derive an expression of M and V in terms of σ and τ , by properly integrating σ and τ on the cross section.
- (4) We can compute τ integrating the equilibrium equation of (1) on the cross section. Derive an expression of τ , knowing that $\tau = 0$ is satisfied on the top and bottom of the cross section $(z = \mp h/2)$, and that σ is expressed as $\sigma = Az$ in terms of A which is a function of x.

- (5) Derive the equilibrium equation of moment of (2) from the equilibrium equation of (1), using the answers of (3) and (4).
- (6) In general, a beam has shear strain which is much smaller than normal strain, and we approximate τ as 0. However, the approximation of $\tau \approx 0$ contradicts the two equilibrium equations of (1) and (2). How do you solve this contradiction? Explain your idea of solving the contradiction in around five lines.

- (1) A cylinder with the mass m, radius r and length l, is floating on stationary water surface as shown in Figure 2. The motion of this cylinder in horizontal and rotational directions is constrained and only vertical (y-direction) motion is allowed. Only gravitational and buoyancy forces are applied to the cylinder. Answer the following questions. The water density is ρ and the gravitational acceleration is g.
 - a) Obtain the equation of motion of this cylinder in vertical direction.
 - b) Obtain the natural period of the vertical motion of this cylinder.

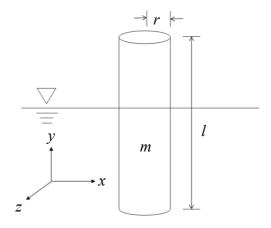


Figure 2

- (2) A mass M is supported by two springs with spring constant k and length L as shown in Figure 3. Answer the following questions. You can ignore the mass of the springs and the gravitational force.
 - a) A horizontal (x-direction) displacement of A is given to this mass at time t = 0. The mass has no velocity at t = 0. Obtain the expressions for displacement, velocity and acceleration of the mass as a function of time t.
 - b) A vertical (y-direction) displacement is given to this mass. Obtain the equation of motion of this mass in vertical direction.
 - c) Simplify the equation of motion obtained in b) assuming the vertical displacement of the mass is small. You may use the approximation $(1 + \delta)^{\alpha} \approx 1 + \alpha \delta$ when $\delta \ll 1$. Based on the simplified equation of motion, describe the characteristic of the vertical motion of the mass in about three lines.

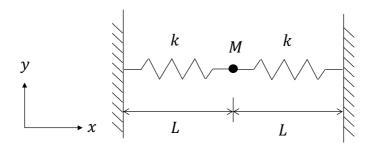
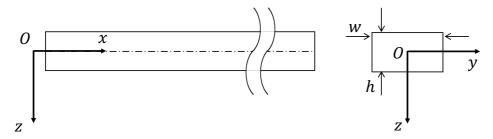


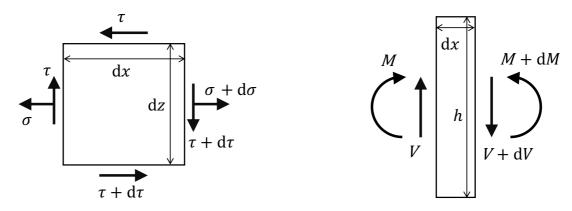
Figure 3

Question 1

We consider a beam at quasi-static state as shown in Figure 1. The longitudinal direction of the beam is x, and the vertical or horizontal transverse direction of the beam is z or y, respectively, and the cross section of the beam is rectangular with width w and height h. The positive direction of z is downward; see Figure 1a). Answer the following questions.



a) overview of beam and x-, y-, and z-directions



- b) normal stress σ and shear stress τ
- c) bending moment M and shear force V

Figure 1

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial z} = 0$$

- (2) As shown in Figure 1c), we take a small portion of length dx from the beam. Derive the equilibrium equation of moment that the bending moment M and the shear force V of the cross section satisfy, in the same manner as you show in solving (1).
- (3) Derive an expression of M and V in terms of σ and τ , by properly integrating σ and τ on the cross section.
- (4) We can compute τ integrating the equilibrium equation of (1) on the cross section. Derive an expression of τ , knowing that $\tau = 0$ is satisfied on the top and bottom of the cross section $(z = \mp h/2)$, and that σ is expressed as $\sigma = Az$ in terms of A which is a function of x.

- (5) Derive the equilibrium equation of moment of (2) from the equilibrium equation of (1), using the answers of (3) and (4).
- (6) In general, a beam has shear strain which is much smaller than normal strain, and we approximate τ as 0. However, the approximation of $\tau \approx 0$ contradicts the two equilibrium equations of (1) and (2). How do you solve this contradiction? Explain your idea of solving the contradiction in around five lines.

- (1) A cylinder with the mass m, radius r and length l, is floating on stationary water surface as shown in Figure 2. The motion of this cylinder in horizontal and rotational directions is constrained and only vertical (y-direction) motion is allowed. Only gravitational and buoyancy forces are applied to the cylinder. Answer the following questions. The water density is ρ and the gravitational acceleration is g.
 - a) Obtain the equation of motion of this cylinder in vertical direction.
 - b) Obtain the natural period of the vertical motion of this cylinder.

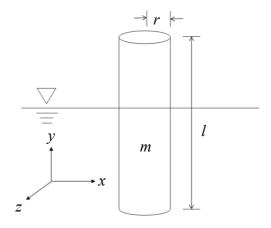


Figure 2

- (2) A mass M is supported by two springs with spring constant k and length L as shown in Figure 3. Answer the following questions. You can ignore the mass of the springs and the gravitational force.
 - a) A horizontal (x-direction) displacement of A is given to this mass at time t = 0. The mass has no velocity at t = 0. Obtain the expressions for displacement, velocity and acceleration of the mass as a function of time t.
 - b) A vertical (y-direction) displacement is given to this mass. Obtain the equation of motion of this mass in vertical direction.
 - c) Simplify the equation of motion obtained in b) assuming the vertical displacement of the mass is small. You may use the approximation $(1 + \delta)^{\alpha} \approx 1 + \alpha \delta$ when $\delta \ll 1$. Based on the simplified equation of motion, describe the characteristic of the vertical motion of the mass in about three lines.

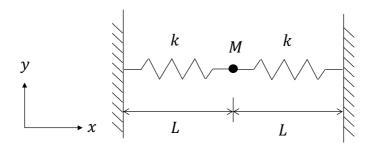


Figure 3